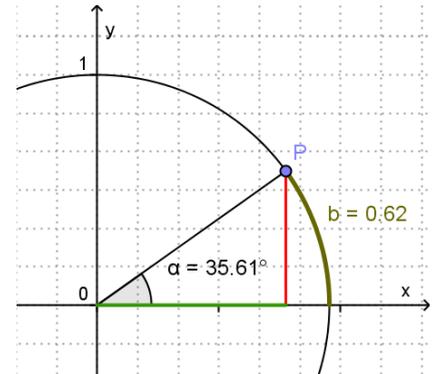


Bogenmaß, Funktionen $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$

Zu jedem Winkelmaß $\alpha \in [0^\circ; 360^\circ]$ gibt es **genau einen** Wert $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ und $\tan \alpha$. Damit gilt:

Die Zahlenpaare $(\alpha / \sin \alpha)$, $(\alpha / \cos \alpha)$ und $(\alpha / \tan \alpha)$ sind Zahlenpaare von **Funktionen $y = \sin \alpha$, $y = \cos \alpha$ und $y = \tan \alpha$** .

Um diese Funktionen in der üblichen Form $y = f(x)$ schreiben und im Koordinatensystem darstellen zu können, muss das Winkelmaß α durch ein Längenmaß x ausgedrückt werden. Hierzu dient das sogenannte **"Bogenmaß"**: Wir messen auf dem Einheitskreis die Länge des Bogens b zu einem bestimmten Winkel α . Die Bogenlänge b verhält sich dabei zum Kreisumfang u so wie der Winkel α zum Vollwinkel 360° . Mit $r = 1$ LE. und damit $u = 2\pi \cdot 1 = 2\pi$ LE. gilt dann:



$$\frac{b}{u} = \frac{\alpha}{360^\circ} ; \quad \frac{b}{2\pi} = \frac{\alpha}{360^\circ} ; \quad b = \frac{\alpha \cdot 2\pi}{360^\circ}$$

Damit gilt am Einheitskreis: $b = \frac{\alpha \cdot \pi}{180^\circ}$ bzw. $\alpha = \frac{b \cdot 180^\circ}{\pi}$

Durch die Umrechnungsformel bedingt wird das Bogenmaß oft in Vielfachen von π angegeben. Damit gilt für die häufig benötigten Winkelmaße:

α	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	...	270°	...	360°
b	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{3}$	π		$\frac{3}{2}\pi$		2π

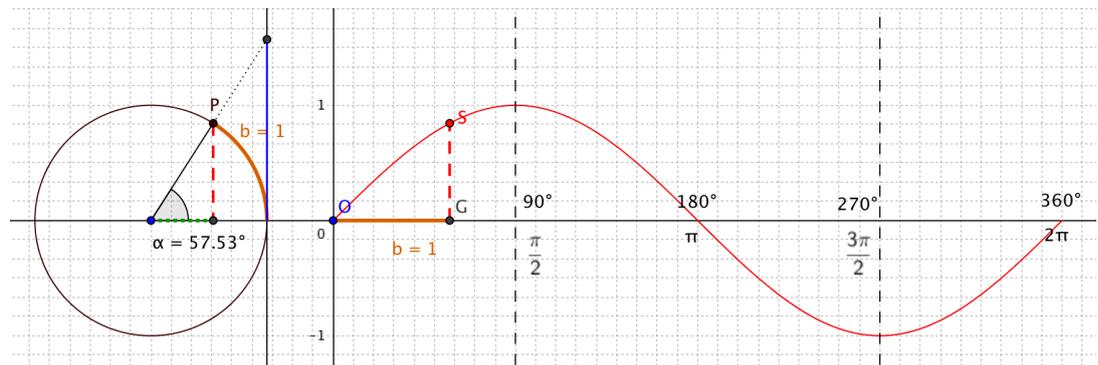
Die **Funktionen $y = \sin x$, $y = \cos x$ und $y = \tan x$** können mit den zu den Winkelmaßen α gehörenden Bogenlängen x tabellarisiert und im Koordinatensystem gezeichnet werden. Wird das Winkelmaß als Bogenlänge eingegeben, muss im Taschenrechner der Modus von DEG (= degree = Gradmaß) auf RAD (= radian = Bogenmaß) umgestellt werden!

Beispiel: Für z.B. $\alpha = 30^\circ$ ist die Bogenlänge $b = \frac{\pi}{6}$. Mit $x = \frac{\pi}{6}$ als x-Koordinate und $y = \sin \frac{\pi}{6} = 0,5$ als y-

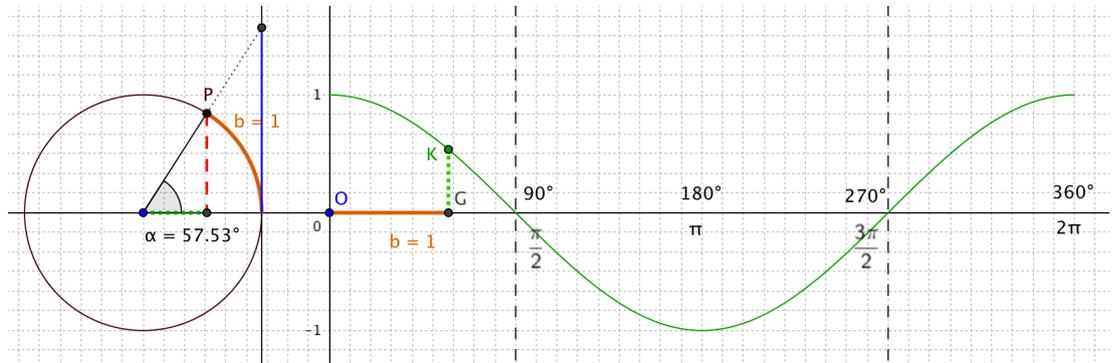
Koordinate erhält man mit $P (\frac{\pi}{6} / 0,5)$ einen Punkt der Funktion $y = \sin x$.

Die folgenden Bilder zeigen die Funktionsgraphen für $\alpha \in [0^\circ; 360^\circ]$ bzw. $x \in [0; 2\pi]$. Die Funktionen können auch für $x < 0$ oder $x > 2\pi$ weiter gezeichnet werden. Da sich der Funktionsverlauf dann immer wiederholt, heißen die Funktionen auch " 2π -periodische Funktionen".

$y = \sin x$



$$y = \cos x$$



$$y = \tan x$$

